

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

prof. А.В. Ковалев  
 29.05.2023г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.04 Численные методы механики сплошной среды

**1. Шифр и наименование направления подготовки:** 01.03.03 Механика и математическое моделирование

**2. Профиль подготовки:** Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Механики и компьютерного моделирования

**6. Составители программы:**

Малыгина Юлия Владимировна, преподаватель, факультет ПММ, кафедра МиКМ,  
Ковалев Алексей Викторович, доктор физ-мат. наук, профессор, факультет ПММ,  
кафедра МиКМ

**7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ протокол №7 от 26.05.2023.

**8. Учебный год:** 2026 - 2027

**Семестр:** 7

## **9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цель изучения дисциплины: Цель изучения дисциплины заключаются в ознакомлении студентов с основами метода конечных элементов, определении его связи с приближёнными классическими методами математики и механики, формировании у студентов чёткого представления возможностей метода, его особенностей в различных задачах механики сплошных сред, теоретическая подготовка к возможному использованию ППП.

Задачи учебной дисциплины: научить студентов владеть теоретическим материалом, уметь применять основные классические и современные результаты из области численных методов, владеть навыками решения классических и современных прикладных задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Учебная дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-5	Способен использовать методы физического моделирования и современное экспериментальное оборудование в профессиональной деятельности	ОПК-5.1	Может грамотно подготовить публичное выступление, основанное на знаниях в сфере математики и механики	Знать: современную концепцию, структуру научного сообщения Уметь: логически верно подготовить и представить публичное сообщение Владеть: современной методологией, основанной на знаниях в сфере математики и механики, принятой в публичных выступлениях
		ОПК-5.2	Использует в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики	Знать: основные методики построения задач механики Уметь: применять методы решения проблемных ситуаций и проблем Владеть: современными методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний механики
		ОПК-5.3	Популярно и доступно излагает научные основы знаний в сфере механики и математического моделирования для аудитории различного уровня	Знать: научные основы знаний в сфере механики и математического моделирования Уметь: получать результаты научно-исследовательской деятельности на основании знаний в сфере механики и математического моделирования Владеть: навыками применения знаний в сфере механики и математического моделирования

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** — 4/144.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
	2	
Аудиторные занятия	64	64
в том числе:	лекции	32
	практические	32
	лабораторные	0
Самостоятельная работа	40	44
Форма промежуточной аттестации - экзамен	36	36
Итого:	144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение в МКЭ	Основные понятия и определения. Элементы и аппроксимирующие функции. Дискретизация области.	«Численные методы механики сплошной среды»
1.2	Аппроксимирующие полиномы	Одномерные, двумерные и трехмерные аппроксимирующие полиномы.	«Численные методы механики сплошной среды»
1.3	Решение задач ТУ МКЭ	Плоская задача ТУ. Расчет осесимметричных деформаций тел вращения. Пространственная задача ТУ.	«Численные методы механики сплошной среды»
1.4	Решение задач механики методом Галеркина	Метод Галеркина. Решение задачи об изгибе балки, задачи Коши, двумерного уравнения теории поля.	«Численные методы механики сплошной среды»
1.5	Решение задач механики МКЭ	Расчет изгиба балок кинематическим методом. Задача о переносе тепла в стержне.	«Численные методы механики сплошной среды»
<b>2. Лабораторные работы</b>			
2.1	Одномерная задача	Решение одномерной задачи МКЭ с использованием ППП	«Численные методы

			механики сплошной среды»
2.2	Изгиб балки	Решение задачи об изгибе балки методом Галеркина с использованием ППП	«Численные методы механики сплошной среды»
2.3	Задача о переносе тепла в стержне	Решение задачи о переносе тепла в стержне с использованием ППП	«Численные методы механики сплошной среды»

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение в МКЭ	4		4	8
2.	Аппроксимирующие полиномы	4		6	10
3.	Решение задач ТУ МКЭ	10	14	10	34
4.	Решение задач механики методом Галеркина	8	10	10	28
5.	Решение задач механики МКЭ	8	10	10	28
	Итого	34	34	40	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины «Численные методы механики сплошной среды» включает лекционные занятия, лабораторные работы и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

Лекционные занятия посвящены рассмотрению ключевых дискуссионных вопросов, принципов, базовых понятий, стандартов и методологий. На лабораторных занятиях обучающиеся используют знания, полученные на лекционных занятиях, и применяют их для решения поставленных задач. Занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП.

Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала лекций, разбор лабораторных заданий.

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется подробно конспектировать лекционный материал, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.

Промежуточная аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить лабораторные задания. На промежуточной аттестации обучающиеся отвечают на вопросы контрольно-измерительного материала. Оценка выставляется по результатам ответа на КИМ и сданным лабораторным работам.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

Для организации самостоятельной работы или проведения занятий с использованием дистанционных образовательных технологий и электронного обу-

чения разработан ЗУМК «Численные методы механики сплошной среды», размещенный на платформе электронного университета ВГУ <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11085>

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Мельников, Р. В. Использование метода конечных элементов в геотехнике : учебное пособие : [16+] / Р. В. Мельников. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2021. – 188 с. : ил., табл., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=618128">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=618128</a> (дата обращения: 09.11.2021). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9729-0697-0. – Текст : электронный.
2	Радин, В. П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов : учебное пособие : [16+] / В. П. Радин, Ю. Н. Самогин, В. П. Чирков. – Москва : Физматлит, 2013. – 314 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275558">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275558</a> (дата обращения: 09.11.2021). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9221-1485-1. – Текст : электронный.
3	Присекин, В. Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел : учебник / В. Л. Присекин, Г. И. Растворгев ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2009. – 240 с. : табл., ил. – (Учебники НГТУ). – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436040">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436040</a> (дата обращения: 09.11.2021). – Библиогр.: с. 232. – ISBN 978-5-7782-1287-9. – Текст : электронный.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Деклу, Ж. Метод конечных элементов / Ж. Деклу ; под ред. Н. Н. Яненко ; пер. с фр. Б. И. Квасова. – Москва : Мир, 1976. – 95 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456946">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456946</a> (дата обращения: 10.11.2021). – Текст : электронный.
5	Стрэнг, Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стрэнг, Д. Фикс ; под ред. Г. И. Марчку ; пер. с англ. В. И. Агошкова, В. А. Василенко, В. В. Шайдурова. – Москва : Мир, 1977. – 350 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457078">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457078</a> (дата обращения: 10.11.2021). – Текст : электронный.
6	Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд ; под ред. Б. Е. Победри ; пер. с англ. А. А. Шестакова. – Москва : Мир, 1979. – 392 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457056">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457056</a> (дата обращения: 10.11.2021). – Текст : электронный.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник

7	Электронная библиотека ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a>
8	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" <a href="https://biblioclub.lib.vsu.ru/">https://biblioclub.lib.vsu.ru/</a>
9	Электронно-библиотечная система "Лань" <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a>
10	Электронно-библиотечная система "Консультант студента" <a href="https://studmedlib.lib.vsu.ru/">https://studmedlib.lib.vsu.ru/</a>
11	Национальный цифровой ресурс "РУКОНТ" <a href="http://rucont.ru">http://rucont.ru</a>
12	Малыгина Ю.В. Численные методы механики сплошной среды : ЗУМК / Ю.В. Малыгина – URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11085">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11085</a>

## **16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к лабораторным занятиям, проработку учебного материала лекций и подготовку к промежуточной аттестации.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению заданий. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

Указанные в учебно-методическом комплексе учебные пособия и справочные материалы, приведены в таблице ниже:

№ п/п	Источник
1.	Метод конечных элементов [Электронный ресурс] : методические указания к лабораторному практикуму / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Т.Д. Семыкина .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 . <a href="https://lib.vsu.ru/zgate?present+3150+default1+1+F1.2.840.10003.5.102+rus">https://lib.vsu.ru/zgate?present+3150+default1+1+F1.2.840.10003.5.102+rus</a>
2.	Малыгина Ю.В. Численные методы механики сплошной среды : ЗУМК / Ю.В. Малыгина – URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11085">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11085</a>

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение:**

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), применяются дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам.

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;

- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

#### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование. Практические занятия должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной учебной мебелью и персональными компьютерами с доступом в сеть Интернет (компьютерные классы, студии), мультимедийным оборудованием (мультимедийный проектор, экран, средства звуковоспроизведения). Число рабочих мест в аудитории должно быть таким, чтобы обеспечивалась индивидуальная работа студента на отдельном персональном компьютере.

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

#### **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение в МКЭ	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Собеседование
2	Аппроксимирующие полиномы	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Собеседование
3	Решение задач ТУ МКЭ	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Собеседование
4	Решение задач механики методом Галеркина	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Собеседование
5	Решение задач механики МКЭ	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Собеседование
6	Одномерная задача	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Лабораторная работа
7	Изгиб балки	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Лабораторная работа
8	Задача о переносе тепла в стержне	ОПК-3 ОПК-5	ОПК-3.1 ОПК-5.1	Лабораторная работа
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Собеседование, Лабораторная работа

#### Практические работы

---

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Решение лабораторных заданий происходит в течение 1 часа 30 минут в учебной аудитории.

Решить вариационное уравнение  $\delta J = 0$  методом конечных элементов. Функционал  $J$  в общем виде имеет вид

$$J = \int_a^b F \left( \varphi, \varphi^2, \frac{d\varphi}{dx}, \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right) dx,$$

где  $[a, b]$  – отрезок, задающий область решения;  $\varphi(x)$  – искомая функция.

Отрезок  $[a, b]$  необходимо разбить на  $N$  конечных отрезков. В каждом элементе ввести локальные координаты « $u$ ». Начало координат поместить в центре элемента ( $-1 \leq u \leq 1$ ). Переход от координаты « $x$ » к координате « $u$ » происходит по формуле

$$u = \frac{2x - x_i - x_{i+1}}{x_{i+1} - x_i}.$$

Функции формы в этом случае имеют вид

$$N_1(u) = \frac{1-u}{2}, \quad N_2(u) = \frac{u+1}{2}.$$

Для решения задачи необходимо записать аппроксимацию искомой функции и выражений, входящих в функционал. Получить систему алгебраических уравнений относительно узловых параметров и построить график полученного решения.

#### Задания.

1.  $J = \int_0^{20} (2 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 0,8\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 10\varphi) dx$ ,  $N=20$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(20) = -20$ .
2.  $J = \int_0^{10} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 5\varphi^2 - 10 \frac{d\varphi}{dx} - \varphi \right) dx$ ,  $N=10$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(10) = 0$ .
3.  $J = \int_{10}^{20} (5 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \varphi^2 + 15\varphi) dx$ ,  $N=10$ ,  $\varphi(10) = 1$ ,  $\varphi(20) = 2$ .
4.  $J = \int_{0,2}^{1,2} \left( 6 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 3\varphi^2 - 6\varphi \right) dx$ ,  $N=20$ ,  $\varphi(0,2) = 0,25$ ,  $\varphi(1,2) = 0$ .
5.  $J = \int_3^{18} (6\varphi^2 + 10\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 16\varphi) dx$ ,  $N=15$ ,  $\varphi(3) = 0$ ,  $\varphi(18) = 0$ .
6.  $J = \int_0^{15} \left( -0,1 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 6\varphi^2 - 2 \frac{d\varphi}{dx} - 3\varphi \right) dx$ ,  $N=15$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(15) = 0$ .
7.  $J = \int_{10}^{25} (\varphi \frac{d\varphi}{dx} + \varphi^2 + \varphi) dx$ ,  $N=15$ ,  $\varphi(10) = -0,2$ ,  $\varphi(25) = 0$ .

8.  $J = \int_1^4 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 8\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 10\varphi \right) dx, N=10, \varphi(1) = 0, \varphi(4) = 5.$

9.  $J = \int_0^{20} \left( 3 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 5,2\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 2\varphi - 5 \frac{d\varphi}{dx} \right) dx, N=20,$

$\varphi(0) = 0, \varphi(20) = -20.$

10.  $J = \int_0^{10} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 5\varphi^2 - 10 \frac{d\varphi}{dx} - \varphi + 8\varphi \frac{d\varphi}{dx} \right) dx, N=10,$

$\varphi(0) = 0, \varphi(10) = 0.$

11.  $J = \int_{10}^{20} \left( 6 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 3\varphi^2 + 15\varphi + 2\varphi \frac{d\varphi}{dx} \right) dx, N=10, \varphi(10) = 1, \varphi(20) = 2.$

12.  $J = \int_{0,2}^{1,2} \left( 6 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 3\varphi^2 - 6\varphi - 6\varphi \frac{d\varphi}{dx} \right) dx, N=20,$

$\varphi(0,2) = 0,25, \varphi(1,2) = 0.$

13.  $J = \int_3^{18} \left( 6\varphi^2 + 10\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 16\varphi \right) dx, N=15, \varphi(3) = 0, \varphi(18) = 0.$

14.  $J = \int_0^{15} \left( 0,6 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 6\varphi^2 - 2 \frac{d\varphi}{dx} - 3\varphi + 9\varphi \frac{d\varphi}{dx} \right) dx, N=15,$

$\varphi(0) = 0, \varphi(15) = 0.$

15.  $J = \int_{10}^{25} \left( 2\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 3\varphi^2 + 4\varphi - 5 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right) dx, N=15,$

$\varphi(10) = -0,2, \varphi(25) = 0.$

16.  $J = \int_1^4 \left( 2 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 3\varphi \frac{d\varphi}{dx} + 10\varphi + 15\varphi^2 \right) dx, N=10, \varphi(1) = 0, \varphi(4) = 5.$

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи.
Хорошо	Правильное решение задачи, но есть некоторые ошибки.
Удовлетворительно	Неправильное решение задачи, но верно выбран ход решения.
Неудовлетворительно	Неправильное решение задачи, причем неверно выбран ход решения.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

*Собеседование по экзаменационным билетам*

---

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Средство контроля, организо-

ванное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

### Вопросы к экзамену

1. Общие понятия и определения. Конечные элементы, дискретизация области
2. Элементы, нумерация элементов и их узлов, аппроксимирующие функции.
3. Одномерные аппроксимирующие полиномы. Линейный полином Лагранжа.
4. Одномерные аппроксимирующие полиномы. Квадратичный полином Лагранжа.
5. Одномерные аппроксимирующие полиномы. Кубический полином Эрмита.
6. Двумерные аппроксимирующие полиномы. Линейный полином Лагранжа.
7. Двумерные аппроксимирующие полиномы. Квадратичный полином Лагранжа.
8. Двумерные аппроксимирующие полиномы. Кубический полином Эрмита.
9. Трехмерные аппроксимирующие полиномы. Линейный полином Лагранжа.
10. Постановка задач МСС при использовании МКЭ.
11. Аппроксимация перемещений, деформаций и напряжений для плоской задачи теории упругости.
12. Построение ансамбля.
13. Свойства матрицы жесткости системы.
14. Способы формирования МЖС.
15. Учет граничных условий при решении задачи методом конечных элементов.
16. Постановка осесимметричной задачи теории упругости.
17. Аппроксимация перемещений, деформаций и напряжений для осесимметричной задачи теории упругости.
18. Работа внешних сил для осесимметричной задачи теории упругости.
19. Работа поверхностных сил для осесимметричной задачи теории упругости. Выражение полной энергии системы.
20. Пространственная задача ТУ. Аппроксимация перемещений для пространственной задачи ТУ.
21. Постановка пространственной задачи ТУ.
22. Аппроксимация перемещений, деформаций и напряжений для пространственной задачи ТУ. Выражение полной энергии системы для пространственной задачи ТУ.
23. Метод Галеркина.
24. Решение задачи о изгибе балки методом Галеркина.
25. Решение двумерного уравнения теории поля методом Галеркина.
26. Решение задачи Коши методом Галеркина.
27. Расчет изгиба балок кинематическим методом.
28. Решение задачи о переносе тепла в стержне
29. Сходимость и точность метода конечных элементов.

Экзамен проводится по КИМ, составленным на основе вопросов для подготовки к экзамену.

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Знание основных соотношений, определений метода конечных элементов. Умение классифицировать аппроксимирующие полиномы. Владение основными методами решения задач. Умение получить основные

	соотношения для решения задачи методом конечных элементов
Хорошо	Знание основных соотношений, определений метода конечных элементов Умение классифицировать аппроксимирующие полиномы. Владение основными методами решения задач.
Удовлетворительно	Знание основных соотношений, определений метода конечных элементов. Умение классифицировать аппроксимирующие полиномы.
Неудовлетворительно	Нетвёрдое знание основных соотношений, определений метода конечных элементов Неумение классифицировать аппроксимирующие полиномы. Плохое владение методами решения задач.

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ:

- 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):
1. Дискретизация области – это...
    - a) **представление непрерывной области в виде множества конечных элементов.**
    - b) аппроксимация функции полиномами.
    - c) добавление дополнительных узлов на границах элемента.
    - d) разбиение конечных элементов на более мелкие.
  2. Выберете верные утверждения
    - a) Допускается наличие точек в области, не принадлежащих ни одному элементу.
    - b) **Каждая точка области должна быть внутренней точкой одного элемента или быть на границе элементов.**
    - c) Узлы элементов – точки пересечения границ элементов.
    - d) Существует только одна аппроксимирующая функция.
  3. Что называется вектором узловых параметров элемента?
    - a) Набор функций формы.
    - b) Совокупность всех узловых параметров системы.
    - c) Совокупность аппроксимирующих полиномов.
    - d) **Набор узловых параметров элемента.**
  4. Совокупность всех узловых параметров – это ...
    - a) вектор узловых параметров элемента;
    - b) **обобщенный вектор узловых параметров системы;**
    - c) аппроксимирующий полином;
    - d) вектор узловых параметров узла.
  5. Аппроксимации, в которых в качестве узловых параметров принимаются только значения функции – это ...
 

<ol style="list-style-type: none"> <li>a) Полиномы Эрмита.</li> <li>b) <b>Полиномы Лагранжа.</b></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>c) Полиномы Чебышева.</li> <li>d) Полиномы Лагерра.</li> </ol>
---	---
  6. Какие полиномы называются полиномами Эрмита?

- a) Полиномы, в которых в качестве узловых параметров принимаются значения функции в узлах и значения ее производной.**
- b) Аппроксимации, в которых в качестве узловых параметров принимаются только значения функции.
- c) Две последовательности ортогональных многочленов
- d) Последовательность полиномов, которая может быть найдена по формуле Родрига.

7. Какие аппроксимирующие полиномы необходимо использовать, если в постановке задачи фигурирует производная неизвестной функции не выше первого порядка?

- a) Полиномы Эрмита.
- b) Полиномы Лагранжа.**
- c) Полиномы Чебышева.
- d) Полиномы Лагерра.

8. Какие аппроксимирующие полиномы необходимо использовать, если в постановке задачи фигурирует производная неизвестной функции выше первого порядка?

- a) Полиномы Эрмита.**
- b) Полиномы Лагранжа.
- c) Полиномы Чебышева.
- d) Полиномы Лагерра.

9. Какие значения принимаются в качестве узловых параметров в одномерной задаче?

- a) Значения неизвестной функции в узлах элемента.**
- b) Значения производной неизвестной функции в узлах элемента.
- c) Функции формы.
- d) Производные функций формы.

10. Какие значения принимаются в качестве узловых параметров в задачах теории упругости?

- a) Деформации.
- b) Напряжения.
- c) Перемещения.**
- d) Радиус упругопластической границы.

11. Какие значения принимаются в качестве узловых параметров в задаче теплопроводности?

- a) Деформации.
- b) Напряжения.
- c) Перемещения.**
- d) Температура.**

12. Какое число коэффициентов необходимо для записи одномерного линейного аппроксимирующего полинома?

- a) 2**
- b) 3
- c) 4**
- d) 5

13. Какое число коэффициентов необходимо для записи одномерного квадратичного аппроксимирующего полинома?

- a) 2
- b) 3**
- c) 4**
- d) 5

14. Какое число коэффициентов необходимо для записи одномерного кубического аппроксимирующего полинома?

- a) 2**
- b) 3
- c) 4**
- d) 5

15. Выберете особенности формирования матрицы жесткости системы:

- a) Влияние нумерации узлов.**
- b) Введение топологических матриц.**
- c) Симметричность относительно главной диагонали.**
- d) Построение по увеличению коэффициентов матрицы**

16. Сколько значений вектора узловых параметров элемента необходимо для описания аппроксимации перемещений в плоской задаче теории упругости?

- a) 3**
- c) 8**
- b) 6**
- d) 12**

17. Сколько значений вектора узловых параметров элемента необходимо для описания аппроксимации перемещений в осесимметричной задаче теории упругости?

- a) 3**
- b) 6**
- c) 8**
- d) 12**

18. Сколько значений вектора узловых параметров элемента необходимо для описания аппроксимации перемещений в пространственной задаче теории упругости?

- d) 3
- a) 6
- b) 8
- c) 12**

18. Как называется матрица, которая состоит из модуля Юнга и коэффициента Пуассона?

- a) Матрица деформаций.
- b) Матрица функций формы.
- c) Матрица упругих констант.**
- d) Матрица жесткости системы.

19. Как называется матрица, которая состоит из аппроксимирующих функций?

- a) Матрица деформаций.
- b) Матрица функций формы.**
- c) Матрица упругих констант.
- d) Матрица жесткости элемента.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Назовите количество этапов практической реализации метода конечных элементов (в ответе укажите цифру).

Ответ: 3

2. Назовите два типа нумерации узлов в методе конечных элементов (перечислить через запятую)

Ответ: глобальная, локальная

3. Сколько узлов будет иметь одномерный стержень при решении задачи о переносе тепла, если его разбить на два элемента? (в ответе укажите цифру).

Ответ: 3

4. Верно ли утверждение, что число элементов и узлов всегда совпадает при решении задач методом конечных элементов?

Ответ: нет

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.